FTAI | Jild: 03 | Nashr: 04 | апрел 2022

FAN, TA'LIM VA AMALIYOT INTEGRATSIYASI

ISSN: 2181-1776

R. Djuraqulov[1], N. Ismoilova[2]

[1]Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti dotsenti, f.-m.f.n.
[2]Andijon qishloq xo'jaligi va agrotexnologiyalar instituti o'qituvchisi

SANOQ SISTEMALARI: ASPEKTLAR VA O'QITISH

Annotatsiya

Maqola sanoq sistemalari, turlari, ularning iste'molda qo'llanilishi hamda o'qitish masalalariga bag'ishlangan.

Shuningdek, unda mavzu va uning tushunchalarini o'quvchilarga etkazishda soddalik va tushunarlilik prinsiplariga amal qilish lozimligiga e'tibor qaratiladi..

Kalit so'zlar: Sanoq sistemalari, natural son, yumaloq son, raqamlar, hind sistemasi, arab sistemasi, rim raqamlari, nol soni, falang, dyujina.

Sanoq sistemasi tushunchasi ham butun sonlar arifmetikasining ajralmas qismi bo'lib, muhim mavzulardan hisoblanadi. Shuning uchun ham bu haqda o'quvchi – talabalarni etarlicha zarur ma'lumotlar bilan ta'minlash maqsadga muvofiqdir. Quyida turli sanoq sistemalari, ularning iste'molga kirib qolish sabablari va boshqa xususiyatlari to'g'risida so'z boradi.

Dastlab "yumaloq sonlar" deb ataluvchi sonlar to'g'risida .

Kundalik turmushda, odatda, masalan "...uyimizdan to maktabgacha 600 metrcha", "falonchining bo'yi taxminan 160 sm, "uning yoshi 60 lar atrofida" va shunga o'xshash iboralarni ko'p ishlatamiz. Buning sababi hisobda qulaylik – soddalikka intilishdir. Bu amal iste'molda keng tarqalgan bo'lib, "yaxlitlash" deb ataladi. Chunki hech qachon "599 metr", "159 sm yoki yoshi 59 da bo'lsa kerak" deyilmaydi.

Bu tendensiyaning go‘yo matematikada ham harflarning dastlab iste’molga kirib kelishi bilan bog‘liqligi bordek tuyulishi tabiiydir.

E’tibor beraylik:

“Kassa oldida bir guruh mijozlar yig‘ilgan”. Bu esa mijozlar soni qandaydir "a" ta deyish bilan barobar, shunga o‘xshash: “n ta natural son” yoki “to‘g‘ri to‘rtburchakning asosi a ga, balandligi esa b ga teng ekanligi ma’lum” va h. k. kabi.

Ammo shuni ham ta’kidlash kerakki, boshqa sanoq sistemalariga nisbatan “yumaloq” sonlar o‘z ahamiyatini yo‘qotadi.

Yana bir izoh: qo‘shish, ko‘paytirish va darajaga ko‘tarish amallarining mazmuni bir xildir, ya’ni ko‘paytirish – qo‘shishning, darajaga ko‘tarish esa ko‘paytirishning analogi deyish mumkin, ya’ni ko‘paytirish bu qisqa qo‘shishdir, masalan:

$\underbrace{3+3+\ldots+3}_{100\ \text{ta}}=3*100$,

shunga o‘xshash, darajaga ko‘tarish esa qisqa ko‘paytirishning aynan o‘zidir:

$\underbrace{3*3*\ldots*3}_{100\ \text{ta}}=3100$.

Sanoq sistemalarining tarixi haqida shuni aytish mukinki, “sanash”, malakasi natural sonlar bilan chambarchas bog‘liq bo‘lib, bu sonlar insoniyatning qadim davrlaridayoq maydonga kelgan va bu haqdagi bilim – ko‘nikmalar tarixda nihoyat darajada sekinlik bilan rivojlanib borgan.

Manbalarga ko‘ra, eramizdan taxminan 4000 yillar avval bir-birlaridan deyarli mustaqil bo‘lgan Misr, Vavilon, Hind, Xitoy va Grek madaniyatlarining taraqqiyoti hamda o‘sha davr kishilari matematik tushunchalarining yuqori saviyada bo‘lganligi to‘g‘risida guvohlik beradilar.

Dastlab, raqamlar o‘rniga turli belgilar va harflardan foydalanilgan. Bu haqda mufassal to‘xtalib o‘tirmaymiz. 1,2.

Ko‘p tarixchilar hozirgi arifmetikaning asoslarini hindlar yaratgan deb hisoblaydilar. Ya’ni hindlar 1 dan 9 gacha raqamlardan (albatta hozirgi shaklda emas) foydalanganlar. Keyinchalik arifmetik tushunchalar arablar tomonidan mukammallashtirilgan deb hisoblashadi. Ya’ni VII asrdan boshlab qudratli islom davlatlari tashkil topdi. Bag‘dod akademiyasi kabi ilm-fan, jumladan matematika fani yuzaga keldi. Hozirgi Ispaniya – Andalusiyada arab halifaligi – yuksak rivoj topgan islom sivilizatsiyasi qaror topdi. O‘sha davrdagi yuz minglab kitoblarga ega bo‘lgan kutubxonalar haqida hozir ham eslashadi.

Ulug‘ ajdodimiz al-Xorazmiy tomonidan matematikaga doir yozgan asarlarining Evropa madaniyatiga nechog‘lik ta’sir ko‘rsatganligi tarixdan ma’lum.

Yana tarixdan VIII asrdan boshlab hindlar sanoqda 10 ta, ya’ni 1 dan 9 gacha va yana bir belgidan foydalanishga o‘tganligi va bu hodisa fanda olg‘a siljish bo‘lganligi ma’lum.

Al-Xorazmiy esa shu 9 ta raqam yoniga “0(“nol”)” ni ham qo‘shib, o‘nli sanoq sistemasini hozirgi ko‘rinishga keltirgan. Bu 0 dan 9 gacha o‘nta raqam hozirda arab raqamlari deb ataladi.

Nol, ya’ni “0” soni kiritilishi bilan hozirgi o‘nli sanoq sistemasining qanchalik mukammal ko‘rinishga kelganligini tasavvur qilish qiyin emas. Bu esa keyinchalik Evropada arab arifmetika asoslarining qurilishiga manba bo‘lgan. Chunki Evropada arab raqamlari bilan tuzilgan o‘nli sanoq sistemasi asosida qurilgan arifmetikaga doir birinchi mukammal asar muallifi XIII asrda yashagan italyan matematigi L.Fibonachchi hisoblanadi.

Hozirda, amalda asosan ikki xil sanoq sistema mavjud: pozitsion va rim raqamlariga asoslangan, amalda kam foydalanilayotgan bo‘lsada, nopozitsion sistema.

O‘nli sanoq sistemasi pozitsion bo‘lib, raqamlarining joylashuv o‘rniga asoslangan. Masalan, ushbu

3578

yozuvdagi har bir raqamning birligi o‘zidan keyingi raqamning birligidan 10 marta kattadir. O‘quvchilarga yanada tushunarliroq bo‘lishi uchun quyidagi misolni qaraylik:

Faraz qilaylik 3578 dona gugurt donalari bir joyga to‘kilgan. Ularni 10 tadan oxirigacha boylab chiqamiz. 8 ta dona ortib qoladi va ularni alohida ajratib qo‘yamiz. YAngi boylamlarni yana 10 tadan boylab chiqiladi va h. k. shu tarzda davom etamiz. Natijada 3 ta 1000 talik, 5 ta 100 talik, 7 ta har biri 10 donadan iborat bo‘lgan to‘plar hosil bo‘ladi. Buni 10 ning darajalari bo‘yicha quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$3\cdot10^3+5\cdot10^2+7\cdot10^1+8\cdot10^0=3000+500+70+8.$$

Shu tariqa 3578 soni hosil bo‘ladi. Agar, donalarni 5 tadan boylab chiqilsa, u holda “beshlik” sanoq sistemasi bo‘yicha quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$1\cdot5^5+0\cdot5^4+3\cdot5^3+3\cdot5^2+0\cdot5^1+3\cdot1^0=103303,$$

ya’ni:

$$(3578)_{10}=(103303)_5.$$

Shunday qilib, gugurt donalaridan iborat g‘aramni nechtadan bog‘lashga nisbatan istalgan sistemada sanash mumkin.

Amalda, masalan, o‘nli sanoq sistemasidagi biror sonni undan kichik asosli boshqa biror, sanoq sistemasiga o‘tkazish bo‘lish orqali bajariladi. Masalan, o‘nli sistemadagi 3578 sonini ketma-ket 7 ga bo‘lish orqali uni ettilik sanoq sistemasida ifodalash mumkin:

$$(3578)_{10}=1\cdot7^4+3\cdot7^3+3\cdot7^2+0\cdot7^1+1\cdot7^0=(13301)_7.$$

Shunga o‘xshash, boshqa sanoq sistemadagi sonlarni o‘nli sistemada ifodalashni ham osongina bajarish mumkin.

Masalan, $(120101)_3$ sonini 10 li sanoq sistemasida ifodalaylik.

Berilgan sonni yoyib yozsak:

$$(120101)_3=1\cdot3^5+2\cdot3^4+0\cdot3^3+1\cdot3^2+0\cdot3^1+1\cdot3^0$$

yoki

$$1\cdot3^5=243,\quad 2\cdot3^4=162,\quad 0\cdot3^3=0,\quad 1\cdot3^2=9,\quad 0\cdot3^1=0,\quad 1\cdot3^0=1$$

bo‘lib,

$$243+162+0+9+1=415,$$

ya'ni

$$(120101)_3 = (415)_{10}$$

hosil bo'ladi.

Shunday qilib, amalda pozitsion sistemalarning boshqa nopozitsion sistemalarga nisbatan qulayligi va ustunligi yaqqol ko'rinadi.

Nopozitsion sistemalar pozitsion sistemalar kabi raqamlarning joylashuv razryadiga qarab emas, balki butunlay boshqa prinsiplar bo'yicha qurilgan. Bunga rim raqamlari deb ataluvchi raqamlarga asoslangan sistemani misol qilish mumkin.

Bu sistemaga ko'ra uning asosida quyidagi 5 ta ramziy belgilar yotadi:

I – bir, V – besh, X – o'n, L – ellik, C – yuz.

Boshqa har qanday son shu belgilarning kombinatsiyasi sifatida ifodalanadi. Masalan, 88 soni bu sistemada quyidagicha yoziladi:

$$LXXXVIII.$$

Bu sistemadagi biror belgining qiymati uning joylashuv o'rniga bog'liq emas. Yuqoridagi 88 yozuvidayoq X raqamining uch marta takror yozilishi va bir xil miqdorning uch marta qaytarilishiga e'tibor beraylik.

Birgina misol, masalan ming, o'n ming, yuz ming va h .k. sonlarining yozilishining o'ziyoq o'nli sanoq sistemasining naqadar ustunligini ko'rsatadi:

$$1000, 10000, 100000, \ldots$$

Ayni damda al-Xorazmiy tomonidan hindlar sanoq sistemasidagi 9 ta raqamga qo'shimcha "0" ni ham kiritib, o'nli sistemani mukammallashtirishi va bu sistemaning tez orada Evropada, so'ng butun dunyoda tarqalishining sababi va uning ulkan ahamiyati yanada ayon bo'ladi.

Avval aytilganidek, istalgan asosli sanoq sistemasini qurish mumkin. Ammo sanoq sistemasining tarixan qanday asosga qurilishi turli ob'ektiv va sub'ektiv sabablarga bog'liq bo'lganligi tabiiydir. Masalan, o'nli sanoq sistema asosi panjalarimiz soni bilan bog'liq deb taxmin qilish mumkin. Lekin, bu unchalik to'g'ri emas deyiladi. Gap shundaki, iste'moldagi barcha sistemalarning asoslari shunday sonlardan iboratki, bu sonlarning o'ziga xos xususiyatlaridan biri – ularning ko'proq sonlarga bo'linishi mumkinligidir. Masalan:

$$10 = 2 \cdot 5, \quad 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2, \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6, \quad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Turli sistemalarning yuzaga kelishiga doir ba'zi tarixiy faktlar ma'lum. Masalan, 12 li sistema asosan Angliyada qo'llaniladi. 12 soni "falang" yoki "dyujina" deb ataladi. Servisda ham "olti person"li, "o'n ikki person"li atamalar urf bo'lgan.

Oltmishli sanoq sistemasi haqida esa uning dastlab qadimgi Vavilonda qo'llanilganligi haqida xabarlar bor. Buning sababi yilning 360 kunligi deb taxmin qilinganligidir deyiladi, manbalarda. Biroq bu fikr isbotlanmagan, chunki qadimgi Vavilonda astronomiya yuqori darajada taraqqiy etgan bo'lib, ular 5 sutkaga xato qilishlari mumkin emasligi ta'kidlanadi.

Mavzuga aloqador quyidagi masalani qaraymiz:

“Mening sinfimda 100 nafar o‘quvchi bo‘lib, ulardan 24 nafari o‘g‘il va 32 nafari qiz bolalardir. O‘qituvchi qanday sistemani nazarda tutgan?”

Masalada 100, 24 va 32 sonlarining qaysi asosli sistemaga mansubligi noma’lum. O‘qituvchining qanday asosli sistemani nazarda tutganligini aniqlash kerak.

Sistemaning noma’lum asosini x bilan belgilasak, u holda o‘qituvchining so‘zlariga ko‘ra sinfdagi o‘quvchilar soni – x^2 nafar bo‘lib, ulardan $2x+4$ nafari o‘g‘il va $3x+2$ nafari esa qizlardir.

Shunday qilib,

$$2x+4+3x+2=x^2$$

yoki

$$x^2-5x-6=0$$

tenglamaga ega bo‘lamiz. Bundan $x_1=6,\quad x_2=-1$ ildizlarni topamiz. Ravshanki, $x_2=-1$ sistema asosi bo‘la olmaydi, ya’ni $x_1=6$ bo‘lib, o‘qituvchining 6 li sistemadan foydalanganligi ma’lum bo‘ladi. Natijada quyidagilarga ega bo‘lamiz:

1006=3610, 246=1610, 326=1010.

Demak, sinfda 36 nafar o‘quvchi bo‘lib, ulardan 16 nafari o‘g‘il, 20 nafari qizlar ekanligi ma’lum bo‘ladi.

Shu mavzuga taalluqli qo‘shimcha ma’lumotlarni [1,2] kabi va boshqa manbalardan ham topish mumkin.

Matematikadan har qanday, ayniqsa yangi mavzularni o‘tishda birinchi navbatda ularning sodda va tushunarli bo‘lishiga erishish lozim [3,5].

Mahoratli o‘qituvchilar o‘z o‘quvchilariga matematikaning hatto jozibali jihatlarini ham his etishlariga yordam berishlari mumkin [4].

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati:

1. Фомин С. В. Системы счисления., М., «Наука», 1968.
2. Гребенча М., Ляпин С. Л. Арифметика.Т., «Ўқитувчи», 1967.
3. Zaparov Z., Djuraqulov R., O‘qitishda tajribalar: soddalik va qiziqarlilik. The jornal of Academic research in Educational sciences issn 2181-1385 volume 2, issue 2, fevruary 2021.
4. Д.Пойа. Математическое отрытие. М. Наука, 1970.
5. Р.Джуракулов, Р.А.Умаров. Преподавание – это исскуство. Экономика и социум. Вып. № 11, 2021.
6. PA Xakimov, DS Toshpo‘latov. (2021). Blended learning asosida o‘quv jarayonini tashkil etish masalalariga doir. *Academic research in educational sciences*, 2(4). 209-215.
7. Jo‘raqulov, R., Toshpo‘latov, D. S. (2021). Matematika fanini o‘qitishda ajdodlar merosi. *Academic research in educational sciences*, 2(6), 287-292.
8. SA Akbarov, D Sh Toshpo‘latov, R Jo‘raqulov (2021). Matematik ta’lim: o‘qitishda innovatsion usullar. *Academic research in educational sciences*, 2(7), 103-111.