HAYOT DAVOMIDA TA'LIM OLISH: YANGI PARADIGMALAR VA KUTILADIGAN NATIJALAR

FAN, TA'LIM VA AMALIYOT INTEGRATSIYASI

ISSN: 2181-1776

Z.Q. Shukurov[1], Muxlisa Ashirova[2], E'zoza Ergashova[3]

[1]Samarqand davlat universiteti Kattaqo'rg'on filiali
Axborot texnologiyalari kafedrasi mudiri
[2]Samarqand davlat universiteti Kattaqo'rg'on filiali talabalari

GEOMETRIK PROGRESSIYA HADLARI YIG'INDISI FORMULASINING TOQ VA JUFT O'RINLARI TADBIQI

Annotatsiya

Mazkur maqolada o'rta maktab dasturidagi geometrik progressiya bo'limida o'rganiladigan geometrik progressiyaning hadlari yig'indisi formulasining toq va juft o'rindagilarini hisoblash formulalari keltirib chiqarilgan. Bu formula orqali hisoblashlar sodda bajarilishi ko'satilgan. Bundan tashqari geometrik progressiyaning yig'indisi formulasining n-toq yoki juft bo'lgandagi toq nomerdagi hadlarining yig'indisini topish hamda n-toq yoki juft bo'lganda juft nomerdagi hadlarining yig'indisini topish formulalarining isbotlari o'rganilgan.

Kalit so'zlar

Geometrik progressiya, geometrik progressiya hadlari yig'indisi, toq yoki juft nomerli hadlar.

Asosiy qism: 1-formula. Geometrik progressiyaning toq nomerli hadlari yig'indisi. n-toq bo'lganda quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$S = \frac{b_1\left(q^{n+1}-1\right)}{q^2-1}$$

Isbot. Bizga ixtiyoriy b_1, b_2, $b_3,\dots b_n$ geometrik progressiya berilgan bo'lsin (n-toq). Bu geometrik progressiyaning yig'indisi $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_n$ bilan hisoblanadi. Bundan toq nomerli hadlaridan yana bir geometrik progressiya hosil qilamiz:

$$b_1,\ b_3,\ b_5,\ldots,b_n.\ q=\frac{b_3}{b_1}=\frac{b_1\cdot q^2}{b_1}=q^2.$$

Hosil qilingan geometrik progressiyaning yig‘indisini quyidagicha ifodalaymiz.

$$S_n=b_1+b_3+b_5+\ldots+b_n \qquad (1)$$

Ushbu tengliklarning ikki tarafiga q^2 ni ko‘paytiramiz va

$$q^2S_n=q^2b_1+q^2b_2+q^2b_5+\ldots+q^2b_n. \qquad (2).$$

(2) ni hosil qilamiz . (1) dan(2)ni ayiramiz va quyidagi ifodani hosil qilamiz .

$$S_n-q^2S_n=b_1+b_3+b_5+..+b_n-\left(b_1q^2+b_3q^2+b_5q^2+..+b_nq^2\right)$$
$$S_n\left(1-q^2\right)=b_1\left(1+q^2+q^4+..q^n-q^2-q^4-\ldots-q^n-q^{n+1}\right)$$
$$S_n\left(1-q^2\right)=b_1\left(1-q^{n+1}\right)$$
$$S_n=\frac{b_1\left(1-q^{n+1}\right)}{1-q^2}$$
$$S_n=\frac{b_1\left(q^{n+1}-1\right)}{q^2-1}.$$

Misol.

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 geometrik progressiyaning toq nomerdagi hadlari yig‘indisini toping .

Yichilishi.

$$b_1=2,\ b_2=8,\ n=7,\ q=4$$
$$S=\frac{b_1\left(q^{n+1}-1\right)}{q^2-1}. \quad S=\frac{2\left(2^{7+1}-1\right)}{2^2-1}=\frac{2\cdot 255}{3}=\frac{510}{3}=170.$$

2-formula. Geometrik progressiyaning n-juft bo‘lganda toq nomerli hadlari yig‘indisini hisoblash formulasi.

$$S=\frac{b_1\left(q^n-1\right)}{q^2-1}.$$

Isbot. Bizga ixtiyoriy $b_1,\ b_2,\ b_3,\ldots,b_n$ geometrik progressiya berilgan bo‘lsin (n-juft).

Bu geometrik progressiyadan toq nomerli hadlaridan yana bir geometrik progressiya hosil qilamiz:

$$b_1,\ b_3,\ b_5,\ \ldots,b_{n-1}.$$

Uning yig‘indisini quyidagicha ifodalaymiz.

$$S=b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{n-1}. \quad (1) \qquad q=\frac{b_3}{b_1}=\frac{b_1\cdot q^2}{b_1}=q^2$$

(1)tenglikning ikkala tarafiga q^2 ni ko‘paytiramiz va quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$q^2S=q^2b_1+q^2b_3+q^2b_5+\ldots+q^2b_{n-1}. \qquad (2)$$

Hosil qilingan tengliklarda (1) dan (2) ni ayiramiz va

$$S-q^2S=b_1+b_3+b_5+\ldots+b_{n-1}-\left(q^2b_1+q^2b_3+q^2b_5+\ldots+q^2b_{n-1}\right)$$

$$S(1-q^2)=b_1(1+q^2+q^4+...-q^2-q^4-q^{n-2+2})$$
$$S(1-q^2)=b_1(1-q^n)$$

ni hosil qilamiz. Bundan berilgan geometrik progressiyaning n-juft bo‘lgandagi toq nomerli hadlari yig‘indisi quyidagicha ekanligini isbotlaymiz:

$$S=\frac{b_1(q^n-1)}{q^2-1}$$

Demak , bizga berilgan geometrik progressiyaning n-juft bo‘lgandagi toq nomerli hadlari yig‘indisi quyidagi formula orqali ifodalanadi.

$$S=\frac{b_1(q^n-1)}{q^2-1}.$$

Misol. 3, 9, 27, 81, 243, 729 berilgan progressiyaning toq nomerli hadlari yig‘indisini hisoblang.

Yichilishi.

$$b_1=3,\ b_2=27,\ q=9,\ n=6$$
$$S=\frac{3(3^6-1)}{3^2-1}=\frac{3\cdot 728}{8}=3\cdot 91=273.$$

Berilgan progressiyaning toq nomerli hadlari yig‘indisi 273 ga teng.

3-formula. Bizga berilgan geometrik progressiyaning juft nomerli hadlari yig‘indisini topish.n-toq bo‘lganda:

$$S=\frac{b_2(q^{n-1}-1)}{q^2-1}$$

Isbot. Bizga ixtiyoriy $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ progressiya berilgan. Bundan $b_2, b_4, \dots, b_{n-1}$ progressiyani yaratamiz. Endi

$$b_n=b_1\cdot q^{n-1}$$
$$b_{n-1}=b_1\cdot q^{n-2}$$
$$b_{n-1}=b_1\cdot q\cdot q^{n-3}$$
$$b_{n-1}=b_2\cdot q^{n-3}$$

ekanligidan foydalanib quyidagilarni hosil qilamiz.

$$S=b_2+b_4+...+b_{n-1}$$
$$q^2\cdot S=q^2\cdot b_2+q^2\cdot b_4+...+q^2\cdot b_{n-1}$$
$$S-q^2\cdot S=b_2+b_4+...+b_{n-1}-(q^2\cdot b_2+q^2\cdot b_4+...+q^2\cdot b_{n-1})$$
$$S\cdot(1-q^2)=b_2\cdot(1+q^2+q^4+...+q^{n-3}-q^2-q^4-...-q^{n-1})$$
$$S=\frac{b_2\cdot(1-q^{n-1})}{q^2-1}.$$

Demak, berilgan progressiya yig‘indisi $S=\frac{b_2\cdot(q^{n-1}-1)}{q^2-1}$ formula bilan hisoblanadi.

Misol. 2, 4, 8, 16, 32 berilgan progressiyaning juft o‘rindagi hadlari yig‘indisini toping.

Yechish.

$$b_2 = 4,\quad q = 2,\ n = 5$$

$$S = \frac{b_2 \cdot (q^2 - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S = \frac{4 \cdot (2^4 - 1)}{4 - 1} = 20$$

4-formula. n-juft bo‘lganda progressiyaning juft nomerli hadlari yig‘indisini topish.

$$S = \frac{b_2 \cdot (q^n - 1)}{q^2 - 1}.$$

Isbot. Ixtiyoriy $b_1,\ b_2,\ b_3,\ \ldots,\ b_n$ progressiyaning juft nomerli hadlaridan $b_2,\ b_4,\ \ldots,b_n$ progressiyani yaratib olamiz va quyidagilarni hosil qilamiz.

$$S = b_2 + b_4 + \ldots + b_n$$

$$q^2 \cdot S = q^2 \cdot b_2 + q^2 \cdot b_4 + \ldots + q^2 \cdot b_n$$

$$S - q^2 \cdot S = b_2 + b_4 + \ldots + b_n - (q^2 \cdot b_2 + q^2 \cdot b_4 + \ldots + q^2 \cdot b_n)$$

$$S \cdot (1 - q^2) = b_2 \cdot (1 + q^2 + q^4 + \ldots + q^{n-1} - q^2 - q^4 - \ldots - q^n)$$

$$S = \frac{b_2 \cdot (q^n - 1)}{q^2 - 1}.$$

Bundan kelib chiqadiki, berilgan progressiyaning yig‘indisi

$$S = \frac{b_2 \cdot (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

formula orqali ifodalanadi.

Misol. 2, 4, 8, 16, 32, 64 ushbu geometrik progressiyaning juft o‘rindagi hadlari yig‘indisini hisoblang.

Yichish.

$$b_2 = 4,\ q = 2,\ n = 6$$

$$S = \frac{b_2 \cdot (q^n - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S = \frac{4 \cdot (2^6 - 1)}{4 - 1} = \frac{4 \cdot 63}{3} = 84$$

Xulosa:

Maqolaning yangiligi shundan iboratki, geometrik progressiya hadlarining yig‘indisini topishda toq yoki juft turganlarini maqolada keltirib chiqarilgan formulalar orqali to‘g‘ridan-to‘g‘ri hisoblashni amalga oshirishni beradi. Bu maqolada hosil qilingan formulalarning isbotlari o‘quvchilar tez tushunishi uchun misollar orqali keltirilganligidadir.

O‘rta maktab o‘qituvchilari o‘quvchilarga geometrik progressiya hadlari yig‘indisini tushuntirishda va olimpiada masalalarini yechishda bu formulalardan foydalansa samarali natija beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. A. G‘oziyev , I. Isroilov, M. Yaxshiboyev. Funksiyalar va grafiklar. “Voris nashriyoti”.
2. Karim Muhammedov “Matematikadan qo‘llanma”, “Sharq”, T.,2008.
3. A.U.Abduhamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov “Algebra va matematik analiz asoslari”, 1 qism “ O‘qituvchi”, T.,2006.
4. R.Azimov, N.Sherboyev, Sh.Mirzahmedov, A.Karimova “Matematika” (“Algebra va analiz asoslari”), “ O‘qituvchi”, T., 1992.
5. F.Usmonov, R. Isomov, B.Xo‘jayev “ Matematikadan qo‘llanma”, “Yangi asr avlodi”. T.,2006.
6. Abduhamidov A., Nasimov H.A. Algebra va matematik analiz asoslari. 1 qism, “Istiqbol”, T.,2000.
7. Shneyder V.Ye. va b. Oliy matematika. 1 tom. “O‘qituvchi”, T., 1985.