HAYOT DAVOMIDA TA'LIM OLISH: YANGI PARADIGMALAR VA KUTILADIGAN NATIJALAR

FAN, TA'LIM VA AMALIYOT INTEGRATSIYASI

ISSN: 2181-1776

А.Ш.Бегжанов[1], З.К.Шукуров[2], Б.Б.Бозоров[3], У.Б.Ибрагимов[3]

[1]Урганч давлат университети мустақил изланувчиси,
[2]Самарқанд давлат университети Каттақўрғон филиали "Ахборот технологиялари" кафедраси мудири
[3]Самарқанд давлат университети Каттақўрғон филиали "Ахборот технологиялари" кафедраси асисстентлари

ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С УПРУГИМИ СТЕНКАМИ

Аннотация

Как известно, последнее время интенсивно внедрением в практику гибкие трубопроводы, изготовленные из полимерных синтетических материалов, большое значение имеет пульсирующие течения жидкости в упругих трубах. Исходя из этой соображения в этой статье будут исследованы пульсирующие течения вязкой несжимаемой жидкости в упругой трубе. Решением поставленной задачи будет определены необходимые гидродинамические параметры, таких как распределения давления, скорости, расход, скорость распространения пульсовой волны давления и их затухания . Впервые в этой статьи будет определено снижение гидравлического сопротивления в пульсирующем потоке по трубам за счет упругости стенки. Исследована зависимость безразмерной величины пульсовой волны давления от колебательного числа α. Сравнена скорость пульсовой волны со скоростью Моэнса-Кортевега c_∞, и выявлены существенные отличия между ними происходит при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, при больших значениях которого существенные различия не наблюдаются. Также исследована зависимость обратной величины затухания, отнесённой к длине волны, от колебательного числа α , показаны, что затухания волны при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, практически

равняется нулю, а при больших значениях которого асимптотически приближается к единицу.

1.Введение

В последнее время интенсивно внедрением в практику гибкие трубопроводы, изготовленные из полимерных синтетических материалов, большое значение имеет [1-3], пульсирующие течения жидкости в упругих трубах. В связи с этим стали актуальными исследования пульсирущих течений вязкой жидкости в трубопроводах с учетом упругой свойств стенки. Также в этой области немаловажное значение имеют пульсирующие течения жидкости в трубах с учетом различные механические свойства стенки [7-17]. Исходя из этой соображения в этой статье будут исследованы пульсирующие течения вязкой жидкости в упругой трубе. Решением задачи будет определены необходимые гидродинамические параметры, таких как распределения давления, скорости, расход, скорость распространения пульсовой вольны давления и их затухания . Впервые в этой статьи будет определено снижение гидравлического сопротивления в пульсирующем потоке по трубам за счет упругости стенки.

2. Постановка задачи и методики решения

Сформулируем упрощенную задачу, имеющую немаловажное значение в исследованиях пульсирующего течения вязкой жидкости в трубах с упругими стенками [4-8]. Для этого считаем, что относительная амплитуда деформации стенки к радиусу слишком мало по сравнению единицы, т.е. $\frac{\Delta R}{R} << 1$. А также течение жидкости происходит в длинном трубопроводе, так что $\varepsilon = \frac{R}{L} << 1$. Тогда, пренебрегая малыми величинами, из системы уравнений для течения вязкой жидкости имеем

$$\begin{cases} \frac{\partial \upsilon_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon_x}{\partial r}\right), \\ \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \frac{\upsilon_r}{r} = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Для деформации стенки трубопровода на основании принятого допущения при малых деформаций стенки достаточно использовать уравнение Лайтфута [3]

$$\rho_\omega h \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (p - p_c) - \frac{Ehu_r}{R^2(1-\nu_1^2)}, \tag{2}$$

где u_r – отношение радиальной деформации ΔR к радиусу трубы в состояние покоя; p_c – давление окружающей среды; ρ_ω – плотность стенки трубы; h –

толщина стенки; E – модуль упругости; R – радиус срединной поверхности стенки трубы; ν_1 – коэффициент Пуассона.

Левая часть уравнения выражает инерцию стенки трубы, однако они пренебрежимо малые величины, поэтому ими пренебрегаем. Тогда (2) имеет вид

$$p - p_c = \frac{Ehu_r}{R^2(1-\nu_1^2)}. \tag{3}$$

Отметим, что прилипание жидкости и проницаемости стенки трубы определяются граничными условиями для компонент скоростей:

$$\upsilon_x = 0, \quad \upsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad \text{при } r = R. \tag{4}$$

Если деформация стенки мала, то можно считать, что

$$\upsilon_r \big|_{r=R+u_r} = \upsilon_r \big|_{r=R} . \tag{5}$$

Дифференцируя уравнения (3) по переменной t, с учетом (5) , запишем

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = \frac{Eh\vartheta_{r=R}}{R^2(1-v_1^2)} \tag{6}$$

где $\bar{p} = p - p_c$.

Производя интегрирование уравнения неразрывности от 0 до R, найдем

$$\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} = -\frac{2}{R}\vartheta_{r=R}, \tag{7}$$

где $\bar{V}_x$ – средняя скорость течения.

Тогда связь между давлением и средней скоростью описывается уравнением

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = -\frac{\bar{E}h}{2R}\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x}$$

или

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = -\frac{\bar{E}h}{2R}\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x}, \tag{8}$$

где $\bar{p} = p - p_c$, $\bar{E} = \dfrac{E}{1-\nu_1^2}$.

Таким образом, упрощенная система уравнений движения вязкой жидкости в трубах с упругими стенками примет окончательный вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial V_x}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + v\left(\dfrac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V_x}{\partial r}\right), \\ \dfrac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \dfrac{\partial V_x}{\partial x} + \dfrac{\partial V_r}{\partial r} + \dfrac{V_r}{r} = 0, \\ \dfrac{\partial \bar{p}}{\partial t} = -\dfrac{\bar{E}h}{2R}\dfrac{\partial \bar{V}_x}{\partial x}. \end{cases} \tag{9}$$

Для решения упрощенной задачи при условиях, что в начальном и конечном сечениях трубы давление жидкости задается в комплексном виде, как это делается в предыдущем параграфе, которые соответствуют рассматриваемому случаю, т.е.

$$p=\sum_{n=1}^{N} p_{n0}\exp(in\omega t) \text{ при } x=0,$$

$$p=\sum_{n=1}^{N} p_{nL}\exp(in\omega t) \text{ при } x=L. \qquad (10)$$

Здесь p_{n0} и p_{nL} – амплитуды колебаний; ω – круговая частота колебаний; n – номер гармоники.

Решение системы уравнений (4.31) ищем в виде

$$V_x(x,r,t)=\bar{V}_x(r)e^{in\omega t},$$

$$p_x(x,t)=\bar{p}(x)e^{in\omega t}.$$

Тогда система уравнений принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2\tilde{V}_x}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tilde{V}_x}{\partial r}-\frac{in\omega}{\nu}\tilde{V}_x=\frac{1}{\rho\nu}\frac{\partial\tilde{p}}{\partial x}, \qquad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0, \quad \frac{\partial\tilde{V}_x}{\partial x}+\frac{\partial\tilde{V}_r}{\partial r}+\frac{\tilde{V}_r}{r}=0, \qquad (12)$$

$$in\omega\frac{1}{a}\bar{p}=-\frac{\partial\bar{V}_x}{\partial x}, \qquad (13)$$

где $a=\dfrac{\bar{E}h}{2R}$,

Решение системы уравнений (11) с учетом граничных условий (10) запишем в виде

$$\bar{V}(x,r)=\frac{1}{\rho(in\omega)}\left(-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}\right)\left(1-\frac{I_0\left(\sqrt{\frac{in\omega}{\nu}}r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{in\omega}{\nu}}R\right)}\right). \qquad (14)$$

Умножив обе части формулы (14) на $2r/R^2$ и проинтегрировав от 0 до R, получим

$$\bar{V}(x)=\frac{1}{in\omega\rho}\left(-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}\right)\left(1-\frac{2J_1\left(i^{3/2}\alpha_n\right)}{i^{3/2}\alpha_n J_0\left(i^{3/2}\alpha_n\right)}\right). \qquad (15)$$

Где $\alpha_n^2=\dfrac{n\omega}{\nu}R^2$

Обозначим

$$z=\left[\frac{1}{in\omega\rho}\left(1-\frac{2J_1\left(i^{3/2}\alpha_n\right)}{i^{3/2}\alpha_n J_0\left(i^{3/2}\alpha_n\right)}\right)\right]^{-1}. \qquad (16)$$

Тогда

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}=-z\bar{V}_x(x). \qquad (17)$$

Произведя дифференцирование (17) по x и подставив в место $\frac{\partial\bar{V}_x(x)}{\partial x}$ его значение из уравнения (13), получаем уравнения для определения давления

$$\frac{\partial^2\bar{p}}{\partial x^2}-\frac{in\omega}{a}z\bar{p}=0. \qquad (18)$$

Для этого уравнения граничными условиями будут

$$\bar{p}=\sum_{n=1}^{N}\bar{p}_{n0} \text{ при } x=0,$$

$$\bar{p}=\sum_{n=1}^{N}\bar{p}_{nL} \text{ при } x=L. \qquad (19)$$

Решение уравнения (18) с учетом граничных условий (19) имеет следующий вид:

$$\bar{p}(x)=\sum_{n=1}^{N}\left[\bar{p}_{n0}\frac{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL\left(1-\frac{x}{L}\right)}{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL}+\bar{p}_{nL}\frac{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL\frac{x}{L}}{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}L}\right], \qquad (20)$$

$$\bar{V}_x(x)=\sum_{n=1}^{N}\left[p_{n0}\frac{ch\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL\left(1-\frac{x}{L}\right)}{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL}-\bar{p}_{nL}\frac{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL\frac{x}{L}}{sh\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL}\right]\sqrt{\frac{in\omega}{a\,z}}. \qquad (21)$$

3. Анализ полученных результатов и их обсуждения

Из полученных формул (20) и (21), видно, что скорость и давление существенно зависят от комплексного параметра $\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL$. Поэтому комплексный параметр обозначим через $\bar{\chi}+\bar{\beta}i$, т.е.

$$\sqrt{\frac{in\omega}{a}}zL=\bar{\chi}+\bar{\beta}i\ . \qquad (22)$$

Для простоты задачи примем $n=1$. Тогда

$$\sqrt{\frac{i\omega}{a}}zL=\bar{\chi}+\bar{\beta}i\,. \qquad (23)$$

Здесь $a=\dfrac{\bar{E}h}{2R}$, $\bar{E}=\dfrac{E}{\left(1+\nu_1^2\right)}$, $\alpha=\sqrt{\dfrac{\omega}{\nu}}R$

$$z=\left[\frac{1}{i\omega\rho}\left(1-\frac{2J_1\left(i^{3/2}\alpha\right)}{i^{3/2}\alpha J_0\left(i^{3/2}\alpha\right)}\right)\right]^{-1}.$$

Выделяя действительную и мнимую части выражения (23), получим

$$\bar{\chi}=\pm\omega\sqrt{\frac{\rho}{a}}L\sqrt[4]{M_2^2+N_2^2}\sin\frac{\varphi}{2},$$

$$\bar{\beta}=\pm\omega\sqrt{\frac{\rho}{a}}L\sqrt[4]{M_2^2+N_2^2}\cos\frac{\varphi}{2},$$

где $\varphi=\mathrm{ar}\,ctg\dfrac{N_2}{M_2}$.

Здесь $J_0\left(i^{3/2}\alpha\right)=ber_0\alpha+ibei_0\alpha$, $J_1\left(i^{3/2}\alpha\right)=ber_1\alpha+ibei_1\alpha$,

$$\frac{J_1\left(i^{3/2}\alpha\right)}{J_0\left(i^{3/2}\alpha\right)}=M_1+N_1 i\ ,$$

$$M_1=\frac{ber_1\alpha ber_0\alpha+bei_1\alpha bei_0\alpha}{ber_0^2\alpha+bei_0^2\alpha},\quad N_1=\frac{-ber_1\alpha bei_0\alpha+ber_0\alpha bei_1\alpha}{ber_0^2\alpha+bei_0^2\alpha},$$

$$\frac{2}{i^{3/2}\alpha}=\frac{2}{i\sqrt{i}\alpha}=-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(1+i)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(1+i)(M_1+N_1 i)=-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)i$$

$$1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)i,$$

$$z=i\omega\rho\left[1-\frac{2J_1\left(i^{3/2}\alpha\right)}{i^{3/2}\alpha J_0\left(i^{3/2}\alpha\right)}\right]^{-1}=i\omega\rho\left[\frac{1}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)\right)+\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)i\right)}\right]=$$

$$=i\omega\rho\left[\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)i}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)\right)^2}\right],$$

$$M_2=\frac{1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)\right)^2},$$

$$N_2=\frac{-\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1-N_1)\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{\alpha}(M_1+N_1)\right)^2}.$$

$$z=i\omega\rho(M_2+N_2 i),$$

Тогда

$$\sqrt{\frac{i\omega z}{a}}L=i\omega\sqrt{\frac{\rho}{a}}L(M_2+N_2 i)^{\frac{1}{2}}=\pm i\omega\sqrt{\frac{\rho}{a}}L\sqrt[4]{M_2^2+N_2^2}\left(\cos\frac{\varphi}{2}+i\sin\frac{\varphi}{2}\right).$$

Здесь χ, как ранее упоминалось, коэффициент, характеризующий затухание колебаний, а $\frac{1}{\beta}$ – характеризующая безразмерная скорость распространения пульсовой волны. Если обозначить скорость распространения пульсовой волны через c, то $\frac{c}{c_\infty}=\frac{\omega L}{c_\infty\beta}$, где $c_\infty=\sqrt{\frac{Eh}{2\rho R}}$ – формула Моэнса-Кортевега; E – модуль упругости; h – толщина стенки; ρ – плотность жидкости; R – радиус трубы, L – длина трубы.

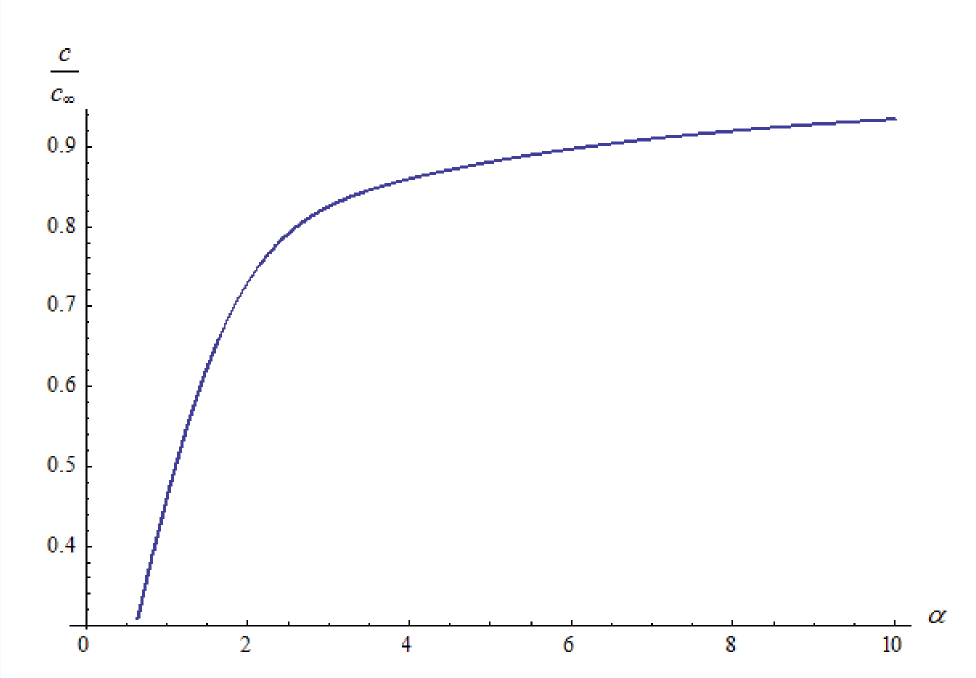

Рис. 1. Зависимость безразмерной величины фазовой скорости от колебательного числа α

На основании полученных формул проведем анализ скорости распространения пульсовой волны и затухания волны в зависимости от колебательного числа Рейнольдса .

На рис. 1. показана зависимость безразмерной величины пульсовой волны давления от колебательного числа α. Выявлено, что скорость распространения пульсовой волны давления возрастает с увеличением модуля упругости окружающей ткани и ростом длины волн. Здесь также скорость пульсовой волны сравнена со скоростью Моэнса-Кортевега c_∞, и выявлены существенные отличия между ними при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, при больших значениях которого существенные различия не наблюдаются.

На рис. 2. показана зависимость обратной величины затухания, отнесённой к длине волны, от колебательного числа α .

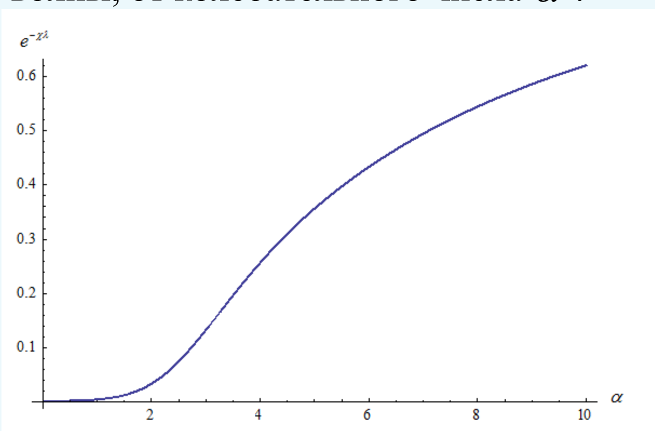

Рис. 2. Зависимость обратной величины затухания, отнесенной к длине волны, от колебательного число α

Результаты показиваеть, что затухания вольны при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, практически равняется нулю, а при больших значениях его, асимптотически приближается к единицу.

4.Заключение

Исследована зависимость безразмерной величины пульсовой волны давления от колебательного числа α. Выявлено, что скорость распространения пульсовой волны давления возрастает с увеличением модуля упругости окружающей ткани и ростом длины волн. Сравнена скорость пульсовой волны со скоростью Моэнса-Кортевега c_∞, и выявлены существенные отличия между ними происходит при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, при больших значениях которого существенные различия не наблюдаются. Также исследована зависимость обратной величины затухания, отнесённой к длине волны, от колебательного числа α, показаны, что затухания вольны при меньших значениях колебательного параметра Уомерсли, практически равняется нулю, а при больших значениях его, асимптотически приближается к единицу.

Приведенная упрощенная модель пригодна для определения скорости распространения пульсовой волны и затухания импульсов. Однако она не приемлема для определения гидравлического сопротивления в упругой трубе, так как в этом случае импеданс $\left(-\dfrac{\partial p}{\partial x}\right)/Q$ не зависит от коэффицента упругости стенки. Для того, чтобы определить гидравлического сопротивление в упругой трубе, необходимо решать задачу в двумерной постановке, то есть с учетом ортотропности деформации стенки, используя линеаризованных уравнений Навье-Стокса для течения вязкой жидкости.

5. Использованные литературы

1.Наврузов К. Гидродинамика пульсирующих течений в трубопроводах. Ташкент Фан. 1986, с.112

2.Файзуллаев Д.Ф., Наврузов К. Гидродинамика пульсирующих потоков . Ташкент Фан. 1986, с.192

3.Наврузов К.Н., Абдукаримов Ф.Б. Гидродинамика пульсирующих течений крови. Германия, «Lap-Lambert», 2015, 209 с.

4. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Гостехиздат, 1956. – 520 с.

5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 877 с.

6. Громека И.С. О скорости распространения волнообразного движения жидкости в упругих трубах. Собр. соч. – М., 1952. – С. 172-183.

7. Наврузов К.Н. Импедансный метод определения гидравлического сопротивления в артериальных сосудах // «Илм сарчашмалари», УрДУ, 2016, №7, с. 20-23.

8. Наврузов К., Ражабов С.Х., Шукуров З.К, Импедансный метод определения гидравлического сопротивления в крупных артериальных сосудах с

проницаемыми стенками // Узб. журн. «Проблемы механики». 2017, №3-4. – С. 28-32.

9. Navruzov K.N., Rajabov S.X., Shukurov Z.K., Begjanov A., Babajonova Y. On the reduction of the resistance in the central arterial vessel // Asian Journal of Research. - №12(12), 2017. – P. 30-31.

10. Abdikarimov F.B., Navruzov K.N., Razhabov S.X., Shukurov Z.K. Impedant method for determining the reduction of hydraulic resistance in large arterial vessels with permafle walls // Journal of Applied Biotechnology & Bioengineering. 2018; 5(2): 79-82.

11. Navruzov K., Begjanov A.,Sh. Method for determining hydraulic resistance during fluid flow in pipes //Electronic journal of actual problems of modern science, education and training 2019 II.

12. Navruzov K., Kujatov N., Begjanov A. Stationary flow of a viscous fluid in a flat channel with permeable walls (in the example of blood circulation) //European journal of molecular & clinical medicine, ISSN 2515-8260 volume 07, issue 03, 2020.

13. Abdikarimov F.B., Navruzov K.N. Mathematical method of pulsation movement of blood in large arteries // European journal of molecular & clinical medicine, ISSN 2515-8260 volume 7, issue 8, 2020. P.1438-1444

14.Womersly I.R. Method for the calculation of velocity rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. I.: Physiol, 1955, 127, N 3, p. 553-563.

15.Womersly I.R. Oscillatory flow in arteries: the constrained elastic tube as a model of arterial flow and pulse transmission. Phys. Med. Biol., 1957, 2, N 2, p. 178-187.

16.Womersly I.R. Oscillatory flow in arteries 11. The reflection of the pulse wave at junctions and rigid inserts in the arterial system. Phys. Med. Biol., 1958, 2, n 4, p. 313-323.

17.Womersly I.R. Oscillatory flow in arteries 111. Flow and pulsevelocity formulae for a liquid whose viscosity varies with freguency. Phys. Med. Biol., 1958, 2, N 4, p. 374-382.