FAN, TA'LIM VA AMALIYOT INTEGRATSIYASI

ISSN: 2181-1776(E) | SJIF 2023: 6.907

Davronov Pirnazar Ziyatovich,
Umarov Sanjar Sunnatovich

Samarqand viloyati pedagoglarni yangi metodikalarga oʻrgatish milliy markazi professor-oʻqituvchilari

MUAMMOLARNING DIVERGENT VA KONVERGENT YECHIMLARI IZLASH USTIDA ISHLASH Oʻ QITUVCHILAR MALAKASINI OSHIRISHNING MUHIM OMILI SIFATIDA

Annotatsiya: Ushbu maqolada muammoni hal etishning divergent va konvergent darajalari haqida tushunchalar bayon etilgan.

Kalit soʻzlar: tengsizliklar, yechish yoʻllari, muammoli masala, muammo yechish yoʻllari, divergent yechim, konvergent yechim.

Аннотация: В данной статье описаны понятия дивергентного и конвергентного уровней решения задач.

Ключевые слова: неравенства, решения, проблемная задача, решения, расходящееся решение, сходящееся решение.

Abstract: This article describes the concepts of divergent and convergent levels of problem solving.

Key words: inequalities, solutions, problematic problem, solutions, divergent solution, convergent solution.

Mamlakatimizda qator yillardan buyon oʻqituvchilarning nufuzi va ijtimoiy mavqeni oshirishga, ularning asosiy vazifasi boʻlgan darslaridan tashqari boshqa ishlardan ozod qilish, taʼlimning sifati va natijadorligini oshirish masalalariga alohidada eʼtibor qaratib kelinmoqda.

Oʻzbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2020-yil 7-mayda "Matematika sohasidagi taʼlim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari toʻgʻrisida"gi PQ-4708-son qarori qabul qilingan boʻlsa, 2023-yilga "Insonga eʼtibor va sifatli taʼlim yili" nomi berildi.

Umumiy oʻrta taʼlim maktablaridagi oʻqitishning natijadorligi, maʼlum darajada oʻqituvchilarning malakasini oshirish sifatiga bogʻliq. Bunga oʻqituvchining bilim, mahorat, qobiliyat va koʻnikmalari darajasini uzluksiz rivojlantirib borish orqali erishiladi.

Agar o‘qituvchida muammoni hal etishning divergent va konvergent darajalari shakllangan bo‘lsa, pedagogik malaka yuqori bo‘ladi.

Divergent yechim – muammoning mumkin bo‘lgan yechimlari to‘plami.

Konvergent yechim – muammoning divergent yechimlari ichidan eng maqbul variantni ajratib ola bilishni bildiradi.

Hali yechilmagan, yechilish usuli ham noma’lum bo‘lgan masalaga muammo deyiladi.

Muammoli ta’limning uch darajasi mavjud:

1) muammo o‘qituvchi tomonidan qo‘yiladi va o‘quvchilar bilan birgalikda yechiladi (past daraja);

2) muammo o‘qituvchi tomonidan qo‘yiladi, o‘quvchilar tomonidan mustaqil yechiladi (o‘rta daraja);

3) muammo o‘quvchilar tomonidan qo‘yiladi va o‘zlari tomonidan mustaqil yechiladi (yuqori daraja).

O‘qituvchi va o‘quvchilarning muammoni divergent yechishi va konvergent yechimni ajratib ola bilishlari, ularning muammolarni hal etish malakalarini oshirishning eng kuchli qurollaridan hisoblanadi.

Shu ma’noda matematikadan bir tengsizikning divergent va konvergent isbotini misol tariqasida keltiramiz. Bu tengsizlikni isbotlash umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 8-sinfi o‘quvchilariga qo‘yiladigan daraja.

2018-2022-yillarda malaka oshirishga kelgan 1600 nafardan ortiq matematika fani o‘qituvchilariga eksperiment tariqasida isbotlashlari taklif etildi. Afsuski, ulardan faqat 5 nafari tengsizlikni isbotlay olishdi xolos. Quyida ushbu tengsizliklar isbotlarining turli variantlari keltirb o‘tilgan.

Quyida biz $x^2+5y^2-4xy+2x-6y+2{,}5>0$ tengsizlikni isbotlash uchun uch xil usulini qarab o‘tamiz:

1-usul.

$$x^2+5y^2-4xy+2x-6y+2{,}5>0$$

Tengsizlikni hisoblash uchun birinchi va ikkinchi tartibli chiziq tenglamalarini hisoblaymiz:

$$x^2-4xy+5y^2+2x-6y+2{,}5=0 \tag{1}$$

$$A=1, B=-2, C=5, D=1, E=-3, F=2{,}5.$$

Bu tenglamani hisoblash, ya’ni soddalashtirish uchun OXY koordinatalar sistemasidan $OX'Y'$ koordinatalar sistemasiga o‘tamiz. Buning uchun:

$$\begin{cases} x=x_1+a \\ y=y_1+b \end{cases} \tag{2}$$

almashtirishni 2-tartibli chiziqning umumiy tenglamasiga qo‘yamiz:

$$A(x_1+a)^2+2B(x_1+a)(y_1+b)+C(y_1+b)^2+2D(x_1+a)+$$
$$+2E(y_1+b)+F=0;$$

$$Ax_1^2+2Ax_1+Aa^2+2Bx_1y_1+2Bbx_1+2Bay_1+2Bab+$$
$$+Cy_1^2+2Cby_1+Cb^2+2Dx_1+2Da+2Ey_1+2Eb+F=0;$$

$$\begin{cases} 2Aa+2Bb+2D=0 \\ 2Ba+2Cb+2E=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Aa+Bb+D=0 \\ Ba+Cb+E=0 \end{cases} \tag{3}$$

$$Aa^2+2Bab+2Da+2Eb+F=F_1.$$

Berilgan (1) tenglamada:

$$A=1, B=-2, D=1, C=5, E=-3, F=2{,}5.$$

(3) sistemaga koefitsiyentlar qiymatini qo‘yamiz:

$$\begin{cases} a-2b+1=0 \\ -2a+5b-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2b-1 \\ -4b+2+5b-3=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2b-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$$

Bu qiymatni (2) sistemaga qo‘ysak,

$$\begin{cases} x=x_1+1 \\ y=y_1+1 \end{cases} \quad (4)$$

(4) almashtirishni (1) tenglamaga qo‘yamiz:

$$(x_1+1)^2-4(x_1+1)(y_1+1)+5(y_1+1)^2+$$
$$+2(x_1+1)-6(y_1+1)+2{,}5=0$$
$$x_1^2+2x_1+1+5y_1^2+10y_1+5-4x_1y_1-4x_1-4y_1-4+$$
$$+2x_1+2-6y_1-6+2{,}5=0;$$
$$x_1^2-4x_1y_1+5y_1^2+0{,}5=0;$$
$$(x_1-2y_1)^2+y_1^2>-0{,}5.$$

(4) almashtirishdan

$$\begin{cases} x_1=x-1 \\ y_1=y-1 \end{cases} \quad (5)$$

topib olib va

$$(x-1-2y+2)^2+(y-1)^2>-0{,}5;$$
$$(x-2y+1)^2+(y-1)^2>-0{,}5.$$

Bu yerda ikkita qo‘shiluvchi hadlar har doim

$$(x-2y+1)^2+(y-1)^2\geq 0$$

bo‘lgani uchun yig‘indi $-0{,}5$ dan katta bo‘ladi.

Demak, x va y larning har qanday qiymatlarida berilgan tengsizlik o‘rinli.

2-usul.

$$x^2+5y^2-4xy+2x-6y+2{,}5>0 \quad (1)$$

Tengsizlikni isbotlash uni ikkinchi tartibliq tenglama ko‘rinishida yozib olamiz:

$$x^2+5y^2-4xy+2x-6y+2{,}5=0 \quad (2)$$

(2) tenglamaning umumiy ko‘rinishi

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0 \quad (3)$$

bo‘ladi.

(2) tenglama invariantlar yordamida soddalashtiramiz. “Invariant” so‘zi o‘zgarmas degan ma’noni bildiradi.

$$I_1=A+C, I_2=\begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix}, I_3=\begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix}.$$

Chunki, burish va almashtirish natijasida I_1 va I_2 lar o‘zgarmaydi.
Burish almashtirish invariantlari:

$$K_1=\begin{vmatrix} A & D \\ D & F \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} C & E \\ E & F \end{vmatrix}, K_2=F, K_3=I_3 .$$

(3) tenglama bilan berilgan chiziqlar uchta guruhga bo‘linadi:
1-guruh. Yagona simmetriya markaziga ega bo‘lgan chiziqlar;

$$I_1>0, I_2>0, I_3>0.$$

2-guruh. Simmetriya markaziga ega bo‘lmagan chiziqlar.

3-guruh. Simmetriya markazi to‘g‘ri chiziq bo‘lgan chiziqlar.
(3) tenglama qaysi guruhga tegishliligini bilish uchun tenglamaning xarakteristik tenglamasi yechiladi:

$$\begin{vmatrix} A-\lambda & B \\ B & C-\lambda \end{vmatrix} = 0;$$
$$\lambda^2 - (A+C)\lambda + AC - B^2 = 0.$$
$$I_1 = A + C, I_2 = AC - B^2.$$
$$\lambda^2 - I_1\lambda + I_2 = 0.$$

1-guruh: $\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + \frac{I_3}{I_2} = 0;$

2-guruh: $\lambda_2 x^2 + 2\sqrt{\pm\frac{I_3}{I_1}}y = 0.$

3-guruh: $I_1 x^2 + 2\sqrt{\pm\frac{I_3}{I_1}}y = 0.$

(2) chiziqda

$$A = 1, B = -2, C = 5, D = 1, E = -3, F = 2{,}5.$$
$$I_1 = 6 > 0, I_2 = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 4 = 1 > 0,$$
$$I_3 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -3 \\ 1 & -3 & 2{,}5 \end{vmatrix} = 12{,}5 + 6 + 6 - 5 - 9 - 10 = 0{,}5 > 0.$$

Guruh	I_1	I_2	I_3	K_1
1	$\pm$	$+$	$\pm$	Mavhum ellips
	$\pm$	$+$	$\mp$	Haqiqiy ellips
		$-$	$\pm$	Giperbola
		$+$	0	Mavhum to‘g‘ri chiziq
		$-$	$+$	Haqiqiy tog‘ri chiziq

Guruh	I_1	I_2	I_3	K_1	
2	$\mp$	0	$\pm$		Parabola
3	$\pm$	0	0	$+$	2 ta mavhum parallel to‘gri chiziqlar
	$\pm$	0	0	$-$	
	$\pm$	0	0	0	Ikkita usta-ust tushgan parallel tog‘ri chiziqlar

Demak, (2) tenglama 1-guruhga kiradi, ya’ni mavhum ellips bo‘ladi.

$$\lambda^2 - 6\lambda + 1 = 0;$$
$$\lambda_1 = \frac{6 + 4\sqrt{2}}{2} = 3 + 2\sqrt{2}\,, \lambda_2 = \frac{6 - 4\sqrt{2}}{2} = 3 - 2\sqrt{2}\,.$$

1-guruh uchun berilgan $\lambda_1 x^2 + \lambda_2 y^2 + \frac{I_3}{I_2} = 0$ formulaga λ_1 va λ_2 larni qo‘yamiz:

$$(3 + 2\sqrt{2})x^2 + (3 - 2\sqrt{2})y^2 + 0{,}5 = 0;$$
$$\left((1 + \sqrt{2})x\right)^2 + \left((\sqrt{2} - 1)y\right)^2 + 0{,}5 = 0$$

ni hosil qilamiz va tengsizlikka o‘tamiz:

$$\left((1+\sqrt{2})x\right)^2+\left((\sqrt{2}-1)y\right)^2>-0,5$$

Bu yerda ikkita qo‘shiluvchi had nolga teng bo‘lganda ham tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Demak, x va y larning ixtiyoriy qiymatlarida berilgan tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

3-usul

$$x^2+5y^2-4xy+2x-6y+2,5>0$$
$$x^2+2(1-2y)x+5y^2-6y+2,5>0$$

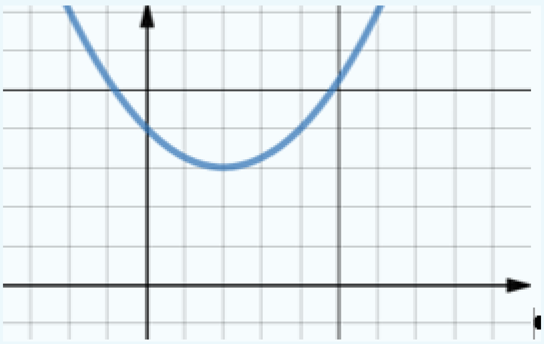
Kvadrat tengszilikni yechish uchun x o‘zgaruvchiga nisbatan kvadrat funksiyani o‘rganamiz.

$$f(x)=x^2+2(1-2y)x+5y^2-6y+2,5$$

Bu funksiyani koordinata tekisligida joylashuvini aniqlaymiz:

$$a=1, b=2(1-2y), c=5y^2-6y+2,5,$$
$$D=b^2-4ac=4(1-2y)^2-4(5y^2-6y+2,5)=$$
$$=4(1-4y+4y^2-5y^2+6y-2,5)=4(-y^2+2y-1,5)=$$
$$=-4(y^2-2y+1,5)=-4(y^2-2y+1-1+1,5)=$$
$$=-4((y-1)^2+0,5)<0$$

$a>0$ va $D<0$ bo‘lgani uchun kvadrat funksiya grafigi I va II chorakda joylashadi hamda OX o‘qi bilan kesishmaydi.



Demak,

$$f(x)>0$$

x va y larning ixtiyoriy qiymatlarida

$x^2+2(1-2y)x+5y^2-6y+2,5>0$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi.

Berilgan tengsizlikning isbotlangan uchta divergent usullaridan, oxirgi uchinchisi konvergent yechim bo‘ladi.

Xulosa qilib aytganda, har qanday ta’lim-tarbiyaviy muammolarning divergent va konvergent yechilari ustida o‘qituvchlarining doimiy izlanishlari, ularning malaka darajalarini oshib borishida muhim omil hisoblanadi.